

Hamming távolság

A redundancia növelésével automatikus hibajavítás is végezhető. Ha m adatbitünk van, akkor ehhez rendeljünk r darab redundáns paritásbitet, így a teljes bithossz n :

$$n = m + r.$$

Ha adott két kódszó, pl: 00101110 és 00111110 és ezek 1 bitben térnek el egymástól, akkor a kódszavak Hamming távolsága 1.

Ez egy érdekes távolság fajta, mert nem függ attól, hogy a hányadik bit különbözik, és attól sem, hogy ezen a helyen bináris vagy tízes számrendszerbeli szám áll. Tehát pl. 45635263 és 45615263 két szónak is 1 a Hamming távolsága, hiába a hibás helyen még 8-féle más szimbólum is állhatna!

Ennek az a jelentősége, hogy ha két kódszó távolsága d , akkor d darab egyszeres bithibának kell lennie ahhoz, hogy az egyik kódszó a másikba alakulhasson.

Például az 11110001 és a 00110000 Hamming távolsága 3, mert 3 egyszeres bithiba szükséges ahhoz, hogy az egyik a másikba alakulhasson.

d egyszeres bithiba felismeréséhez $(d + 1)$ távolságú kódolás kell, mert ebben az esetben d egyszeres bithiba semmiféleképpen nem alakíthat át egy érvényes kódszót egy másik érvényes kódszóvá.

Az egyszeres bithibák javításához a Hamming-kódokban szükséges paritásbitek számát a következőképpen lehet meghatározni:

Ha a kódolt üzenet m adatbitet tartalmaz, akkor legalább r paritásbit szükséges, ahol r olyan, hogy teljesüljön az egyenlőtlenség:

$$2^r \geq m + r + 1.$$

Ez azt jelenti, hogy az r paritásbitnek képesnek kell lennie megkülönböztetni a $(m+r+1)$ különböző állapotot (beleértve a hibamentes állapotot és az összes lehetséges hibás bitpozíciót).

Ha $(m = 8)$ adatbitet akarunk egyszeres bithibajavítással kódolni, akkor nézzük meg, hány paritásbitre van szükségünk a fenti egyenlőtlenség alapján:

Próbáljuk meg meghatározni (r) -t különböző értékekkel:

$(r = 3)$: $[2^3 = 8 \quad \text{és} \quad m + r + 1 = 8 + 3 + 1 = 12]$ Ez nem elég, mert $(8 < 12)$, tehát 3 paritásbit nem elegendő.

$(r = 4)$: $[2^4 = 16 \quad \text{és} \quad m + r + 1 = 8 + 4 + 1 = 13]$ Ez kielégíti az egyenlőtlenséget, mivel $(16 \geq 13)$, tehát 4 paritásbit elegendő ahhoz, hogy 8 adatbit esetén egyszeres bithibát javítsunk.

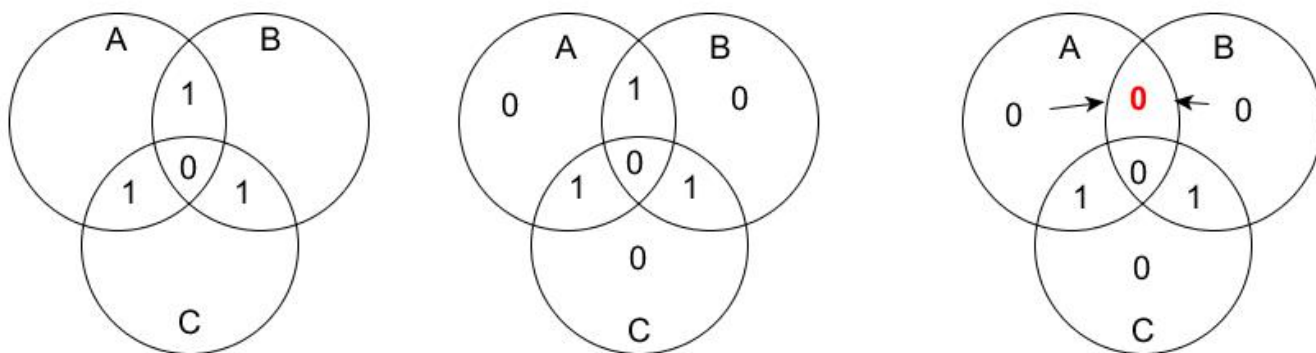
Tehát **8** adatbit esetén **4** paritásbit szükséges az egyszeres bithibák javításához.

A következő táblázatban kiszámítottuk több bithosszra:

Szó hossza (m)	Paritásbitek száma r	teljes bithossz (m+r = n)	hozzáadott bitek %-a
8	4	12	50
16	5	21	31
32	6	38	19
64	7	71	11
128	8	136	6
256	9	265	4
512	10	522	2

Bithibák automatikus javításának elve a következő ábra alapján értelmezhető:

Kódoljuk az 1101 üzenetet, képezzünk három halmazt A, B, C és a halmazok AC, AB, ABC, BC közös részeibe írjuk be a biteket. A középső ábrán pedig írjuk be a 3 paritásbitet a halmazokba. A harmadik képen azt mutatjuk be, hogyha hibás bit érkezik, akkor a paritás ellenőrzés megmutatja melyik metszetben van rossz érték.



From: <https://edu.iit.uni-miskolc.hu/> - Institute of Information Science - University of Miskolc

Permanent link: https://edu.iit.uni-miskolc.hu/tanszek:oktatas:infrendalapjai_architekturak:informacio_ellenorzes:hamming_tavolsag

Last update: 2024/11/13 16:22

