Hamming távolság

A redundancia növelésével automatikus hibajavítás is végezhető. Ha **m** adatbitünk van, akkor ehhez rendeljünk **r** darab redundáns paritásbitet, így a teljes bithossz **n**:

$$ n = m + r. $$

Ha adott két kódszó, pl: `00101110` és `00111110` és ezek 1 bitben térnek el egymástól, akkor a kódszavak Hamming távolsága 1.

Ez egy érdekes távolság fajta, mert nem függ attól, hogy a hányadik bit különbözik, és attól sem, hogy ezen a helyen bináris vagy tízes számrendszerbeli szám áll. Tehát pl. 456**3**5263 és 456**1**5263 két szónak is 1 a Hamming távolsága, hiába a hibás helyen még 8-féle más szimbólum is állhatna!

Ennek az a jelentősége, hogy ha két kódszó távolsága **d**, akkor **d** darab egyszeres bithibának kell lennie ahhoz, hogy az egyik kódszó a másikba alakulhasson.

Például az `11110001` és a `00110000` Hamming távolsága 3, mert 3 egyszeres bithiba szükséges ahhoz, hogy az egyik a másikba alakulhasson.

d egyszeres bithiba felismeréséhez $d + 1$ távolságú kódolás kell, mert ebben az esetben **d** egyszeres bithiba semmiféleképpen nem alakíthat át egy érvényes kódszót egy másik érvényes kódszóvá.

Az egyszeres bithibák javításához a Hamming-kódokban szükséges paritásbitek számát a következőképpen lehet meghatározni:

Ha a kódolt üzenet **m** adatbitet tartalmaz, akkor legalább **r** paritásbit szükséges, ahol **r** olyan, hogy teljesüljön az egyenlőtlenség:

$$ 2^r \geq m + r + 1. $$ $$ 2^r \geq n + 1. $$

Ez azt jelenti, hogy az **r** paritásbitnek képesnek kell lennie megkülönböztetni a $m+r+1$ különböző állapotot (beleértve a hibamentes állapotot és az összes lehetséges hibás bitpozíciót).

Ha $m = 8$ adatbitet akarunk egyszeres bithibajavítással kódolni, akkor nézzük meg, hány paritásbitre van szükségünk a fenti egyenlőtlenség alapján:

Próbáljuk meg meghatározni r-t különböző értékekkel:

$r = 3$: $$ 2^3 = 8 \quad \text{és} \quad m + r + 1 = 8 + 3 + 1 = 12 $$ Ez nem elég, mert $8 < 12$, tehát 3 paritásbit nem elegendő.

$r = 4$: $$ 2^4 = 16 \quad \text{és} \quad m + r + 1 = 8 + 4 + 1 = 13 $$ Ez kielégíti az egyenlőtlenséget, mivel $16 \geq 13$, tehát 4 paritásbit elegendő ahhoz, hogy 8 adatbit esetén egyszeres bithibát javítsunk.

Tehát **8** adatbit esetén **4** paritásbit szükséges az egyszeres bithibák javításához.

A következő táblázatban kiszámítottuk több bithosszra:

Szó hossza (m)	Paritásbitek száma ®	teljes bithossz (m+r = n)	hozzáadott bitek %-a
8	4	12	50
16	5	21	31
32	6	38	19
64	7	71	11
128	8	136	6
256	9	265	4
512	10	522	2