

Bináris aritmetika

Bevezetés

Gottfried Wilhelm Leibniz (Lipcse, 1646. július 1. – Hannover, 1716. november 14.) polihisztor: jogász, diplomata, történész, matematikus, fizikus és filozófus egyszerre. Nagy Frigyes azt mondta róla: „önmagában egy akadémia”.

Leibniz a XVII. század vége és a XVIII. század eleje között alkotott, egyike volt a német felvilágosodás alapítóinak. Newtontól függetlenül létrehozta a matematikai analízist. Leibniz hozzájárult a formális logika megteremtéséhez, az univerzális, tudományos kalkulus bevezetésével - Descartes-hoz hasonlóan - az általános megismerési módszert kereste.

A kettes számrendszer pontos leírását is ő adta meg először az *Explication de l'Arithmétique Binaire* című könyvében.

TABLE 86 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

DES
NOMBRES.

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
2	0	0	0	0	0	0	1	0	0
3	0	0	0	0	0	1	1	0	0
4	0	0	0	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	0	1	0	1	0	0
6	0	0	0	0	1	1	0	0	0
7	0	0	0	0	1	1	1	0	0
8	0	0	0	0	1	0	0	0	0
9	0	0	0	0	1	0	0	1	0
10	0	0	0	0	1	0	1	0	0
11	0	0	0	0	1	0	1	1	0
12	0	0	0	0	1	1	0	0	0
13	0	0	0	0	1	1	0	1	0
14	0	0	0	0	1	1	1	0	0
15	0	0	0	0	1	1	1	1	0
16	0	0	0	0	1	0	0	0	0
17	0	0	0	0	1	0	0	1	0
18	0	0	0	0	1	0	1	0	0
19	0	0	0	0	1	0	1	1	0
20	0	0	0	0	1	1	0	0	0
21	0	0	0	0	1	1	0	1	0
22	0	0	0	0	1	1	1	0	0
23	0	0	0	0	1	1	1	1	0
24	0	0	0	0	1	0	0	0	0
25	0	0	0	0	1	0	0	1	0
26	0	0	0	0	1	0	1	0	0
27	0	0	0	0	1	0	1	1	0
28	0	0	0	0	1	1	0	0	0
29	0	0	0	0	1	1	0	1	0
30	0	0	0	0	1	1	1	0	0
31	0	0	0	0	1	1	1	1	0
32	1	0	0	0	0	0	0	0	0
&c.									&c.

bres entiers au-dessous du double du plus haut degré. Car icy, c'est comme si on disoit, par exemple, que 111 ou 7 est la somme de quatre, de deux & d'un. Et que 1101 ou 13 est la somme de huit, quatre & un. Cette propriété sert aux Essayeurs pour peser toutes sortes de masses avec peu de poids, & pourroit servir dans les monnoyes pour donner plusieurs valeurs avec peu de pieces.

100	4
10	2
1	1
111	7

1000	8
100	
1	1
101	13

Cette expression des Nombres étant établie, sert à faire tres-facilement toutes sortes d'operations.

Pour l'Addition
par exemple. ☉

110	6	101	5	1110	14
111	7	1011	11	10001	17
1101	13	10000	16	11111	31

Pour la Sou-
straction.

1101	13	10000	16	11111	31
111	7	1011	11	10001	17
110	6	101	5	1110	14

Pour la Mul-
tiplication.

11	3	101	5	101	5
11	3	11	3	101	5
11	3	101	5	101	5
1001	9	101	5	1010	10
		1111	15	11001	25

Pour la Division.

15	1111	101	5
3	1111		
	11		

Et toutes ces operations sont si aisées, qu'on n'a jamais besoin de rien essayer ni deviner, comme il faut faire dans la division ordinaire. On n'a point besoin non-plus de rien apprendre par cœur icy, comme il faut faire dans le calcul ordinaire, où il faut sçavoir, par exemple, que 6 & 7 pris ensemble font 13; & que 5 multiplié par 3 donne 15, suivant la Table d'une fois un est un, qu'on appelle Pythagorique. Mais icy tout cela se trouve & se prouve de source, comme l'on voit dans les exemples précédens sous les signes ☉ & ⊙.

Az alapvető matematikai műveleteket bináris számokkal is elvégezhetjük. A bináris elven működő számítógépek is ilyen módon működnek.

A digitális számítógépekben az Aritmetikai és Logikai Egység (Arithmetical Logical Unit, ALU) végzi ezeket a műveleteket.

Ebben a leckében áttekintjük és példával megmutatjuk a:

- bináris összeadást,
- bináris kivonást,
- bináris szorzást.

Bináris összeadás

Ha két egybites számot összeadunk, a kimenetel négyféle lehet:

$(0 + 0 = 0 \ \backslash \ 1 + 0 = 1 \ \backslash \ 0 + 1 = 1 \ \backslash \ 1 + 1 = 10)$

Az összeadást ugyanúgy végezzük, mint tízes számrendszerben. Az egyes helyi-értéktől kezdve összeadjuk a biteket és folytatjuk a magasabb helyi-értékek felé.

Látható, hogy az eredmény nem minden esetben fér el egy bitemre. Amikor az összeadáskor olyan eredményt kapunk, amelyiknél átvitel van, akkor egy bit túlcserélődik a magasabb helyi-érték irányába. Tulajdonképpen a fenti táblázatot ki kell egészítenünk úgy, hogy a két bit összeadásakor a túlcserélődés bitet is figyelembe vesszünk.

$(0 + 0 + 0 = 0 \ \backslash \ 0 + 0 + 1 = 1 \ \backslash \ 0 + 1 + 0 = 1 \ \backslash \ 0 + 1 + 1 = 10 \ \backslash \ 1 + 1 + 1 = 11)$

Példa

```
1001101
+0010010
-----
1011111
```

Az összeadást ugyanúgy végezzük, mint tízes számrendszerben. Az egyes helyi-értéktől kezdve összeadjuk a biteket és folytatjuk a magasabb helyi-értékek felé.

Példa átvitelbittel 1.

```
  11 1  <- Átvitelbitek
1001001
+ 0011001
-----
1100010
```

Ebben a példában már vannak átvitt bitek is, ezeket a legfelső sorban jelöltük kék színnel. Az összeadás itt is ugyanúgy zajlik, mint a tízes számrendszerben.

Példa átvitelbittel 2.

```
    11    <- Átvitelbitek
  1000111
+ 0010110
-----
  1011101
```

Ebben a példában is vannak átvitt bitek. Figyeljük meg, hogy van olyan szituáció, amikor az átvitelbit további helyi-értékek felé csúszik el.

Bináris kivonás

Negatív számok esetén a komplementum alapú számábrázolás az egyik lehetséges számábrázolási forma. Egy bináris szám egyes komplementumát úgy kapjuk meg, hogy megcseréljük a biteket: 0-ból 1 lesz, 1-ből 0.

Például a 1010 0011 bitsorozat egyes komplementumára 0101 1100 lesz.

Azért ennek az ábrázolásnak vannak hátrányai. Például a nullát a 0000 0000 és az 1111 1111 egyaránt reprezentálja.

Egy bináris szám kettes komplementumát úgy képezzük, hogy az egyes komplementumához hozzáadunk egyet.

Tehát legyen az eredeti szám 1010 0011.

Egyes komplementumára 0101 1100.

Kettes komplementumára: $01011100 + 1 = 01011101$.

A kivonás helyett a kivonandó kettes komplementumát adjuk hozzá a kisebbítendőhöz. Vegyünk egy példát:

$(7_{(10)} - 5_{(10)})$

Binárisan ez így nézne ki: $(0111_{(2)} - 0101_{(2)})$

Az 5 egyes komplementumára 1010, kettes komplementumára 1011. A kivonást tehát felcseréljük a kivonandó kettes komplementumának hozzáadásához

```
  0111
+1011
-----
  10010
```

Az eredményből egyszerűen elhagyjuk a legnagyobb helyi-értékű bitet. Az eredmény tehát:

$(0111_{(2)} - 0101_{(2)}) = 0010_{(2)}$

$$\setminus(7_{(10)} - 5_{(10)} = 2_{(10)} \setminus)$$

From:

<https://edu.iit.uni-miskolc.hu/> - Institute of Information Science - University of Miskolc

Permanent link:

https://edu.iit.uni-miskolc.hu/tanszek:oktatas:infrendalapjai_architekturak:logika_alapjai:binaris_aritmetika?rev=1731353752

Last update: **2024/11/11 19:35**

