

## Koordináták felcserélés

A koordináták felcserélését közvetlenül elvégezhetjük a következő  $2 \times 2$ -es mátrix alkalmazásával:

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Ez a mátrix az alábbiak szerint működik:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}$$

## Nagyítás és kicsinyítés

A nagyítás és kicsinyítés mátrixa az alábbi. Ha  $s_x < 1$  akkor az  $x$  tengely irányába kicsinyítés fog történni, ha  $s_x > 1$  akkor az  $x$  tengely irányába nagyítás. Az  $s_y$  esetén is ugyanez a helyzet.

$$M = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix}$$

**Példa:** nagyítsuk a síkban a pontokat a kétszeresére:

$$M = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

## Síkban eltolás

Az eltolás, vagy transláció, egy geometriai objektum helyzetének megváltoztatása a síkon anélkül, hogy forgatnánk, méreteznénk, vagy torzítnánk azt. Egy pont, vagy egy objektum  $x, y$  koordinátáinak eltolásához  $t_x$  és  $t_y$  értékekkel:  $x$  és  $y$  tengelyek mentén, a következő transzformációs mátrixot használjuk:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ez a mátrix homogén koordinátákat használ, ami lehetővé teszi az eltolások, forgatások és más transzformációk kombinálását egyetlen műveletben. A transzformáció során egy pont  $P(x, y)$  homogén koordinátái  $P(x, y, 1)$  lesznek, és az eltolás utáni koordináták a következőképpen számolhatók ki:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + t_x \\ y + t_y \\ 1 \end{bmatrix}$$

## Forgatás Mátrixszal, amikor a forgatási középpont nem az origóban van

Amikor egy pontot vagy objektumot szeretnénk  $90$  fokkal az óramutató járásával megegyezően elforgatni egy adott  $C(x_c, y_c)$  pont körül, a transzformációt három lépésre bonthatjuk:

1. **Eltolás**, hogy a forgatási középpont az origóba kerüljön.

2. **Forgatás** 90 fokkal az óramutató járása szerint.
3. **Visszatolás** a forgatási középpont eredeti helyére.

Ezeket a lépéseket egyetlen  $3 \times 3$ -as transzformációs mátrixszal kombinálhatjuk, amely így néz ki:

- **Előkészítés eltolással:**  $T_{\text{eltolás}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x_c \\ 0 & 1 & -y_c \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- **90 fokos forgatás:**  $T_{\text{forgatás}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- **Visszatolás:**  $T_{\text{visszatolás}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_c \\ 0 & 1 & y_c \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

A teljes transzformációs mátrix,  $T_{\text{teljes}} = T_{\text{visszatolás}} * T_{\text{forgatás}} * T_{\text{eltolás}}$ , a következőképpen számítható: (figyeljük meg hogy az egyes mátrixok fordított sorrendben vannak szorozva!)

$$T_{\text{teljes}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_c \\ 0 & 1 & y_c \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x_c \\ 0 & 1 & -y_c \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ami egyenlő:

$$T_{\text{teljes}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & x_c - y_c \\ -1 & 0 & y_c - x_c \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

### Példa:

Tegyük fel, hogy szeretnénk 90 fokkal az óramutató járásával megegyezően elforgatni egy pontot (például  $P(2,3)$ ) az  $(1,1)$  pont körül. Ehhez az előbb leírt transzformációs mátrixokat fogjuk használni. Az egyszerűség kedvéért a példában szereplő értékeket közvetlenül beillesztjük a mátrixokba.

**Előkészítés eltolással** hogy a forgatási középpont  $(-1, -1)$  legyen, azaz eltoljuk a pontot úgy, hogy a forgatási középpont az origóba kerüljön:

$$T_{\text{eltolás}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**90 fokos forgatás** ( $T_{\text{forgatás}}$ ), az origó körül:

$$T_{\text{forgatás}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**Visszatolás** ( $T_{\text{visszatolás}}$ ), hogy a forgatási középpont visszakerüljön az eredeti  $(1, 1)$  helyére:

$$T_{\text{visszatolás}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A teljes transzformációs mátrix ( $T_{\text{teljes}}$ ) kiszámítása:

$$T_{\text{teljes}} = T_{\text{visszatolás}} * T_{\text{forgatás}} * T_{\text{eltolás}}$$

A számítás eredménye:

$$T_{\text{teljes}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Most alkalmazzuk ezt a mátrixot a  $P(2,3)$  pontra. A  $P$  pontot kiterjesztjük egy homogén koordinátájú ponttá, így  $P(2,3,1)$  lesz:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 + 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Tehát, az eredeti  $P(2,3)$  pont 90 fokkal való elforgatása az  $(1,1)$  pont körül az új  $(3,1)$  pontba transzformálja azt.

From:

<https://edu.iit.uni-miskolc.hu/> - Institute of Information Science - University of Miskolc

Permanent link:

[https://edu.iit.uni-miskolc.hu/tanszek:oktatas:muszaki\\_informatika:transzformacio?rev=1710624432](https://edu.iit.uni-miskolc.hu/tanszek:oktatas:muszaki_informatika:transzformacio?rev=1710624432)

Last update: **2024/03/16 21:27**

